ANNEE 1975

CONCOURS D'ADMISSION A L'ECOLE DE L'AIR

(Elèves officiers de l'Air, Elèves Officiers Mécaniciens de l'Air, Elèves Officiers des Bases de l'Air)

Composition de mathématiques appliquées

(Durée : 1 h. 30)

Le but de ce problème est de commencer à dresser une table des valeurs de la fonction

$$x \xrightarrow{f} f(x) = \int_0^x e^{-t^2}\,dt \qquad x \in [0\ ;\ 0{,}6]$$

On notera $g(t) = e^{-t^2}$

1) Calculer une valeur approchée à 5.10^{-6} près de f(0,2) ; f(0,4) et f(0,6) en intégrant le développement en série entière de g(x). (On précisera le sens de l'approximation : par excès ou par défaut). On rappelle que si une série alternée de terme général u_n est convergente et que la suite $|u_n|$ est décroissante et tend vers 0 alors :

$$|R_p| = |u_{p+1} + u_{p+2} + \ldots| \leqslant |u_{p+1}|$$

2) La méthode des trapèzes donne pour valeur approchée de f (0,5) la valeur :

$$S = \frac{1}{10}\left\{\frac{g(0) + g(0{,}5)}{2} + g(0{,}1) + g(0{,}2) + g(0{,}3) + g(0{,}4)\right\}$$

avec

$$S \leqslant f(0{,}5) \leqslant S + \frac{M_2}{1200} \times \frac{1}{2} \qquad M_2 = \text{sup. } |g''| \quad \text{pour } x \in [0\ ;\ 0{,}5]$$

Déterminer l'encadrement de f(0,5).

3) Nous allons maintenant interpoler f par un polynôme de degré 3. On rappelle que le polynôme P_3 prenant aux points $a_o = 0$; $a_1 = 0{,}2$; $a_2 = 0{,}4$ et $a_3 = 0{,}6$ les valeurs respectives $b_i = f(a_i)$ $i = 0,1,2,3$, est défini par :

$$P_3(x) = b_o + \frac{\Delta b_o}{h}(x-a_o) + \frac{\Delta^2 b_o}{2!h^2}(x-a_o)(x-a_1) + \frac{\Delta^3 b_o}{3!h^3}(x-a_o)(x-a_1)(x-a_2)$$

$h = a_{i+1} - a_i = 0{,}2$

avec les Δb_o définis par les relations de récurrence suivantes :

$$\Delta b_q = b_{q+1} - b_q \qquad 0 \leqslant q \leqslant 2$$
$$\Delta^2 b_q = \Delta b_{q+1} - \Delta b_q \qquad 0 \leqslant q \leqslant 1$$
$$\Delta^3 b_o = \Delta^2 b_1 - \Delta^2 b_o$$

L'erreur commise en remplaçant f (x) par P (x) étant égale à :

$$f(x) - P_3(x) = \frac{(x-a_o)(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)}{4!} f''''(\theta)$$

θ appartenant au plus petit intervalle contenant x et les a_i.

a) Calculer l'erreur de méthode commise en remplaçant f(0,5) par P_3 (0,5).

b) Calculer Δb_o, $\Delta^2 b_o$, $\Delta^3 b_o$ à partir des valeurs trouvées au 1). Quelle erreur commet-on en calculant les Δb à partir de ces valeurs ?

c) Calculer P_3 (0,5) et en déduire un encadrement de f (0,5). Comparer avec les résultats du 2).

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail